問題2

I (1)

$$\nabla\times\mathbb{B} = \begin{vmatrix} \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ B_x & B_y & B_z \\ \mathbb{e}_x & \mathbb{e}_y & \mathbb{e}_z \end{vmatrix} = (\cancel{\partial_y B_z} - \cancel{\partial_z B_y})\mathbb{e}_x + \cancel{(\partial_z B_x - \partial_x B_z)\mathbb{e}_y} + (\partial_x B_y - \cancel{\partial_y B_x})\mathbb{e}_z$$

$$= \partial_x B_y \mathbb{e}_z$$

$$= Ak\cos(kx-\omega t)\,\mathbb{e}_z = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}\mathbb{e}_z$$

なので

$$\int \frac{Ak}{\varepsilon_0\mu_0}\cos(kx-\omega t)\,dt = \int dE_z$$

$$\longrightarrow E_z = -\frac{A\boxed{k}}{\varepsilon_0\mu_0\boxed{\omega}}\sin(kx-\omega t)$$

$$= -\frac{A\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\varepsilon_0\mu_0}\sin(kx-\omega t) = -\frac{A}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\sin(kx-\omega t)$$

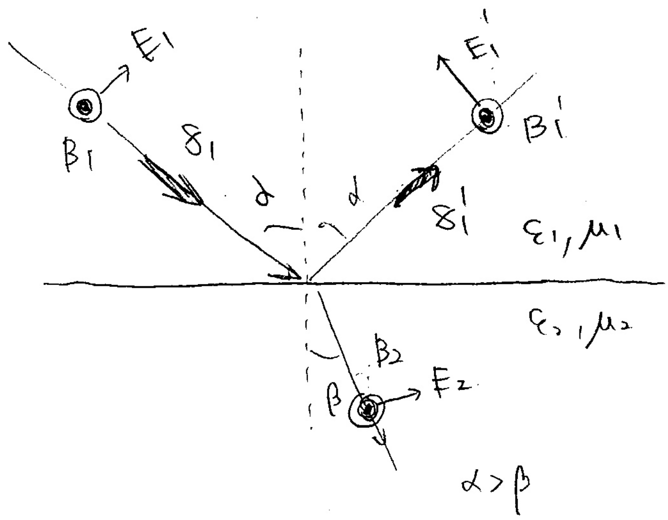
(2) $B_y = -\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,E_z$ の関係があるから,

$$\mathbb{S} = E_z\mathbb{e}_z \times B_y\frac{\mathbb{e}_y}{\mu_0} = -\frac{E_z B_y}{\mu_0}\mathbb{e}_x = E_z^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\mathbb{e}_x$$

$$|\mathbb{S}| = |\mathbb{E}|^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

//

II



(3) 電場の境界条件より

$$E_1\cos\alpha - E_1'\cos\alpha = E_2\cos\beta$$

$$\therefore E_2 = (E_1 - E_1')\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

//

(4) 磁場の境界条件より

$$\frac{B_1}{\mu_1} + \frac{B_1'}{\mu_1} = \frac{B_2}{\mu_2}$$

$$\therefore B_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1}(B_1 + B_1')$$

//

(5) Iの議論より. $B_1 = -\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,E_1$, $B_1' = -\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,E_1'$, $B_2 = -\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\,E_2'$

がいえる。このことから、(3)と(4)の式は

(3)の式 : $$\underbrace{\boxed{\frac{E_2}{E_1}}}_{X\text{とおく}} = \underbrace{\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}}_{=\alpha\text{とおく}}\left(1 - \underbrace{\boxed{\frac{E_1'}{E_1}}}_{=Y\text{とおく}}\right)$$

(4)の式 : $$\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\,E_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1}\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\left(E_1 + E_1'\right)$$

$$\boxed{\frac{E_2}{E_1}} = \underbrace{\frac{Z_2}{Z_1}}_{=\beta}\left(1 + \frac{E_1'}{E_1}\right)$$

以上より求めるX, Yの連立方程式ができる。

$$X = \alpha(1-Y)$$

$$X = \beta(1+Y)$$

$$\longrightarrow \quad X = \frac{2\alpha\beta}{\alpha+\beta}, \quad Y = \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$$

よって.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2\cos\alpha\, Z_2}{Z_1\cos\alpha + Z_2\cos\beta}, \quad \frac{E_1'}{E_1} = \frac{Z_1\cos\alpha - Z_2\cos\beta}{Z_1\cos\alpha + Z_2\cos\beta}$$

//

(6) $n = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{2}$ より

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2\cos\alpha}{\frac{Z_1}{Z_2}\cos\alpha + \cos\beta} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 2}{\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$$

$$\sim 5.6 - 4.76 = 0.84 \sim 0.8$$

$$\frac{E_1'}{E_1} = \frac{\frac{Z_1}{Z_2}\cos\alpha - \cos\beta}{\frac{Z_1}{Z_2}\cos\alpha + \cos\beta} = \frac{\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\sim 7 - 6.8 = 0.2$$

//

(7) $E_1' = 0$ より

$$\frac{z_1}{z_2}\cos\alpha - \cos\beta = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cos\alpha - \cos\beta$$

$$\therefore \quad \sin\alpha\cos\alpha - \sin\beta\cos\beta = 0$$

$$\sin(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta) = 0.$$

$\alpha+\beta = \frac{\pi}{2}$ (45°) となるとき $E_1' = 0$ となる

III (8) 太陽光には、今回の問題を通して議論してきた電場が入射面方向の光(p偏光 っていうらしい)と入射面垂直方向(s偏光 っていうらしい)が存在する。図2より α が十分に90°よりも小さいとき p偏光はさほど反射せず、$\alpha \sim 65°$ のときは反射率も0となる。つまり、太陽光のs偏光を防ぐことによって水中がよく見えるようになる。